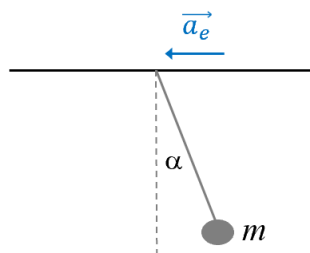


Série 6

Exercice S6E1*(*) (15 min) : Un jour de pluie



Un étudiant prend le métro pour se rendre à l'EPFL. Il accroche son parapluie à la barre transversale du métro. Lorsque le métro démarre, il observe que le parapluie commence à glisser sur la barre et que, sous l'effet des frottements, celui-ci forme un angle α avec la barre (cf. figure). On simplifie le problème en associant le parapluie à une masse m reliée à une tige sans masse. On note l'accélération (constante) du métro a_e , μ_d le coefficient de frottement dynamique du parapluie avec la barre, et g l'accélération de la pesanteur. Donnez l'expression de l'angle α en fonction des données du problème.

Exercice S6E2* (10 min) : Allongement d'un ressort

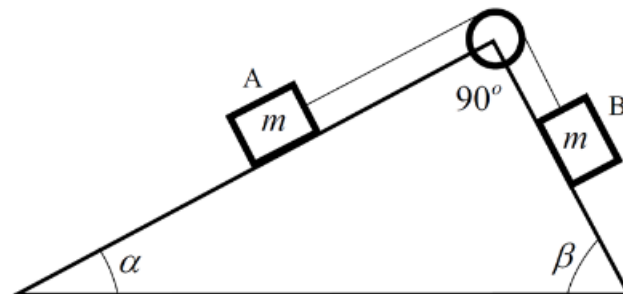
Une masse m est attachée à un ressort de longueur l_0 au repos et de constante de raideur k . Le ressort est suspendu et soumis au champ de gravitation \vec{g} . Le ressort s'allonge et atteint sa position d'équilibre.



- a) Calculez la longueur du ressort à l'équilibre l_{eq} avec la masse m accrochée.

On ajoute une deuxième masse M au bout du ressort.

- b) Calculez l'allongement du ressort Δl par rapport à la position d'équilibre précédente.

Exercice S6E3 (30 min) : Masses, poulie et frottement sec**

Deux plans inclinés forment un coin d'angle droit entre eux (comme indiqué sur le schéma ci-contre). Leurs angles respectifs avec l'horizontale sont α et β , avec $\alpha < \beta$. Sur chacun des plans sont posés des mobiles A et B de même masse m . Les mobiles sont reliés entre eux par une corde (inextensible et sans masse) qui passe sur une poulie (sans masse), comme indiqué sur le schéma. Les mobiles peuvent se déplacer sur les plans et peuvent subir des frottements solides statiques et dynamiques (identiques pour les deux mobiles), définis par μ_s et μ_d , respectivement.



- On considère d'abord le cas où les frottements sont nuls. Que se passe-t-il (justifiez) ? Quelle est la force de tension exercée sur le fil ? Est-elle la même pour les deux mobiles (justifiez) ?
- Quelle est la condition sur μ_s pour que les mobiles soient en équilibre ?
- Quelle est la condition sur μ_d pour que le mobile descende à vitesse constante ?

Exercice S6E4 (30 min) : Le Montreux**

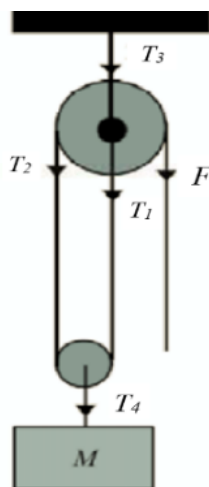
On se propose d'étudier le mouvement du « Montreux », le plus ancien navire appartenant à la flotte de la CGN (mis en service en 1904). Il navigue sur le lac Léman à la vitesse constante v_0 lorsque son moteur cesse de fonctionner. Le but est de déterminer la distance que le bateau parcourt avant de s'arrêter complètement. Pour cela, on considère que le « Montreux », de

masse m , a un mouvement rectiligne et que l'écoulement de l'eau autour du navire est en régime laminaire. On néglige les frottements de l'air, car beaucoup plus faibles que ceux de l'eau. On notera η le coefficient de viscosité de l'eau et K le coefficient caractéristique du bateau sur l'eau.



- a) Exprimez l'équation différentielle du mouvement.
- b) On pose $t_0 = 0$ l'instant où le moteur s'arrête, et v_0 la vitesse du navire à cet instant. Intégrez l'équation différentielle du mouvement et exprimez :
 1. La vitesse en fonction du temps.
 2. La position en fonction du temps.
- c) Exprimez la distance que le navire parcourt avant de s'arrêter en fonction de v_0 , K , η et m .

Exercice S6E5* (10 min) : Palan



Déterminez la force minimale F requise pour soulever un piano de masse M à l'aide du dispositif de poulies représenté ci-contre. Calculez la tension de chaque section de la corde T_1 , T_2 , T_3 et T_4 . On négligera les frottements et les masses des poulies et des cordes. Les cordes sont inextensibles.

* * * * *

Exercices supplémentaires

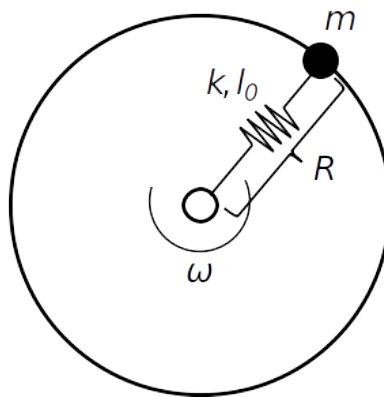
Difficulté des exercices : * facile ; ** moyen (niveau examen) ; *** difficile

Le temps est indicatif et correspond au temps considéré en conditions d'examen

Exercice S6ES1** (25 min) : Hauteur maximum d'une balle dans l'air

On lance une balle verticalement avec une vitesse initiale v_0 . Cette balle est soumise au champ de gravitation \vec{g} ainsi qu'à une force de frottement fluide $\vec{F}_f = -b\vec{v}$. Calculez la hauteur maximale atteinte par la balle.

Exercice S6ES2* (15 min) : Ressort en rotation



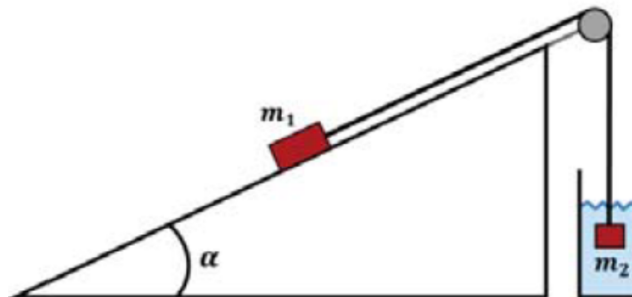
Une masse m tourne sur une table autour d'un axe avec une vitesse angulaire ω constante (schéma avec vue de dessus). On néglige les frottements et la pesanteur. Elle est reliée à cet axe par un ressort de constante de raideur k et de longueur au repos l_0 .

- Calculez le rayou d'équilibre R du système.
- Que pouvez-vous remarquer sur l'expression de R ?

Exercice S6ES3** (35 min) : Frottement fluide, poussée d'Archimède - Examen 2012

Une masse m_1 est posée sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Cette masse subit une force de frottement sec avec la surface du plan incliné, ses coefficients de frottement sec statique et dynamique sont μ_s et μ_d , respectivement. Elle est attachée l'aide d'un fil inextensible et d'une poulie sans masse à une deuxième masse m_2 plongée dans un liquide (schéma ci-contre). Cette deuxième masse subit une force \vec{F}_a due à la poussée d'Archimède et dirigée vers le haut, ainsi qu'une force de frottement visqueux $\vec{F}_v = -\beta\vec{v}$,

avec \vec{v} la vitesse de la masse m_2 et β le coefficient de frottement visqueux. Le système est soumis à la pesanteur.



- Faites un schéma du problème à l'équilibre en indiquant les forces présentes et le(s) repère(s) choisi(s).
- Déterminez la valeur minimale de la masse m_1 pour que celle-ci descende le long du plan incliné.
- On suppose maintenant la masse m_1 supérieur à la valeur trouvée au point précédent:
 - Déterminez l'équation du mouvement de la masse m_1 .
 - Calculez la valeur de la vitesse de la masse m_1 en fonction du temps. Quelle sera sa vitesse limite, en supposant la rampe assez longue pour qu'elle soit atteinte, et ceci avant que la masse m_2 ne sorte du liquide? On considérera l'origine du temps au moment où le système se met en mouvement : $v_0 = v(t=0) = 0$.

S6ES4*(*) (15 min) : Seaux de peinture

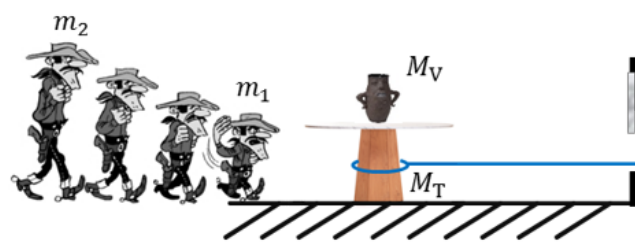
Deux seaux de peinture de masse m sont attachés l'un à l'autre par une corde inextensible sans masse. Tous deux sont tirés vers le haut avec une accélération constante a par une autre corde sans masse fixée au premier seau.

Calculez la tension dans chacune des cordes.



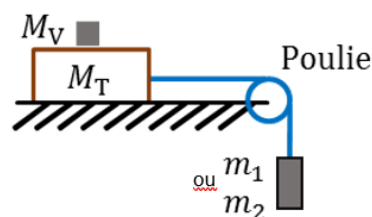
Exercice S6ES5**(*) (50 min) : L'évasion des Dalton (extrait examen)

Les frères Dalton désirent s'évader de prison. Pour ce faire, ils ont confectionné une corde avec leurs draps, qu'ils ont attachée à une table de masse M_T avant de lancer l'autre extrémité par la fenêtre. On note les coefficients de frottements secs statique et dynamique de la table sur le sol α_s et α_d , respectivement. On néglige les frottements entre la corde et la fenêtre. Enfin, on suppose la corde parfaitement verticale après la fenêtre.



- Joe (masse m_1) veut s'enfuir en premier. Cependant, la masse de la table n'est pas suffisante pour que les frottements empêchent cette dernière de glisser lorsque Joe sera suspendu à la corde. Il pose donc un grand vase sur la table. Quelle doit être la masse minimale du vase, M_V , pour que la table reste immobile lorsque Joe est suspendu à la corde ?
- Averell (masse $m_2 > m_1$) s'enfuit ensuite. La masse du vase n'est plus suffisante pour maintenir la table immobile. La table va donc subir une accélération lorsqu'Averell est suspendu à la corde. Quelle est la valeur maximale de m_2 pour que le vase posé sur la table ne glisse pas? On notera β_s le coefficient de frottement statique du vase sur la table.

N.B. : même si le dessin ci-dessus est « réaliste », vous pouvez vous appuyer sur le schéma ci-contre pour faire le bilan des forces et résoudre le problème.



Remarque: nous n'avons pas encore traité les poulies dans le cours. La poulie transmet simplement la force, ici le poids m_1g ou m_2g . On peut donc considérer une traction sur la table équivalente au poids.